



**SOŠ a SOU Horky nad Jizerou**

**Střední odborná škola a Střední odborné učiliště  
Horky nad Jizerou 35**

Obory: 65-42-M/02 Cestovní ruch  
65-41-L/01 Gastronomie

Registrační číslo projektu: CZ.1.07/1.5.00/34.0985

Předměty: Matematika  
Matematický seminář

Ročník: 3. a 4.  
Téma: Aritmetická posloupnost

Vypracoval: RNDr. František Kosina  
Materiál: VY\_32\_INOVACE\_151  
Datum: 27.12.2012

Anotace: Podpůrný materiál k výkladu tematického celku předmětu Matematika a k maturitnímu opakování v rámci předmětu Matematický seminář.

# Aritmetická posloupnost

Příklady AP:

$$1, 3, 5, 7, 9, \dots \rightarrow a_1 = 1, d = 2$$

$$1, -1, -3, -5, -7, \dots \rightarrow a_1 = 1, d = -2$$

$$5, 5, 5, 5, 5, \dots \rightarrow a_1 = 5, d = 0$$

$$a_1 = 5, a_{n+1} = a_n + 2 \Rightarrow 5; 7; 9; 11; 13; \dots$$

$$a_1 = 9, a_{n+1} = a_n - 0,4 \Rightarrow 9; 8,6; 8,2; 7,8; 7,4; 7; \dots$$

## Definice aritmetické posloupnosti

$$a_{n+1} = a_n + d \Leftrightarrow d = a_{n+1} - a_n = \textit{konst.}$$

n – tý člen AP:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

součet prvních  
n – členů AP:

$$s_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

$$a_1; d; n; a_n; s_n$$

# Příklady řešené na AP

Je dán třicátý člen aritmetické posloupnosti  $a_{30} = 100$  a diference  $d = 3$ .  
Kolikátým členem posloupnosti je číslo 280?

---

$$\underline{a_{30} = 100, d = 3, a_n = 280, n = ?(n \in N)}$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d \Rightarrow$$

$$a_{30} = a_1 + (30 - 1) \cdot 3 = 100 \Rightarrow \underline{a_1 = 13}$$

$$a_n = 13 + (n - 1) \cdot 3 = 280 \Rightarrow \underline{\underline{n = 90}}$$

Lze též z paměti:  $280 - 100 = 180/3 = 60 + 30 = 90$

# Příklady řešené na AP

První dva členy aritmetické posloupnosti jsou  $a_1 = 57$ ;  $a_2 = 54$ .

- Vypočtěte padesátý člen posloupnosti.
  - Vypočtěte součet prvních padesáti členů posloupnosti.
  - Kolik členů posloupnosti je třeba sečíst, aby byl součet co největší?
- 

$$\underline{a_1 = 57, a_2 = 54 \Rightarrow d = -3}$$

$$\text{a) } \underline{a_{50} = ?} \quad a_n = a_1 + (n-1) \cdot d \Rightarrow \underline{a_{50} = 57 + (50-1) \cdot (-3) = \underline{\underline{-90}}}$$

$$\text{b) } \underline{s_{50} = ?} \quad s_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) \Rightarrow \underline{s_{50} = \frac{50}{2} (57 - 90) = \underline{\underline{-825}}}$$

$$\text{c) } a_n = a_1 + (n-1) \cdot d = 0 \quad \text{pouze kladná čísla}$$

$$a_n = 57 + (n-1) \cdot (-3) = 0 \Rightarrow \underline{n = 20}$$

20 členů, resp. 19 členů

# Příklady neřešené na AP

1. Aritmetická posloupnost obsahuje 50 členů, z nichž první tři jsou  $-140$ ;  $-132$ ;  $-124$  a poslední tři  $236$ ;  $244$ ;  $252$ .
  - a) Vypočtete dvacátý člen posloupnosti. [ $a_{20} = 12$ ]
  - b) Vypočtete součet všech 50 členů posloupnosti. [ $s_{50} = 2800$ ]
  - c) Určete, kolikátým členem posloupnosti je číslo  $100$ ? [ $a_{31} = 100$ , resp.  $n = 31$ ]
  
2. V zámecké dlažbě byla vytvořena spirála. Spirála je složena z 15 navazujících různobarevných půlkružnic. Délka první půlkružnice je  $a_1 = 22 \text{ dm}$  a každá následující půlkružnice je o  $22 \text{ dm}$  delší.
  - a) Vypočtete délku třetí půlkružnice. [ $a_3 = 66 \text{ dm}$ ]
  - b) Uveďte v metrech délku  $s$  celé spirály. [ $s = 264 \text{ m}$ ]
  - c) Poslední půlkružnice spirály měří  $33 \text{ m}$ . Určete v celých metrech průměr  $d$  této půlkružnice. [ $d = 21 \text{ m}$ ]